

**Physique  
Générale :  
Mécanique**

**07.02: Collisions en  
ligne, ou uni-  
dimensionnelles**

**Sections  
SC, GC & SIE , BA1**

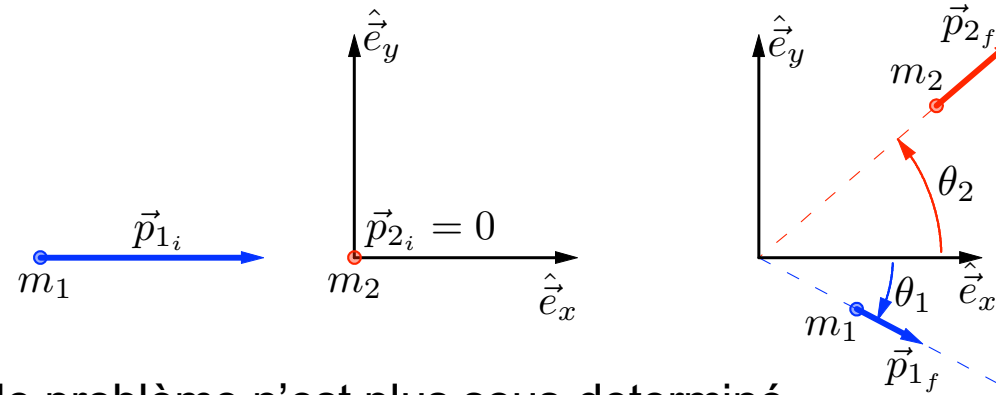
Version du 15.11.23

**Dr. J.-P. Hogge**

**Swiss Plasma Center**

**École polytechnique  
fédérale de  
Lausanne**

- Collisions en ligne: sous-classe de collisions telles qu'une seule dimension suffit à les décrire:  $\theta_1 = \theta_2 = 0$



Avantage: le problème n'est plus sous-déterminé

|                    | Energie cinétique | Quantité de mouvement |
|--------------------|-------------------|-----------------------|
| Chocs élastiques   | Conservée         | Conservée             |
| Chocs inélastiques | Non conservée     | Conservée             |

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 &= m_1 v'_1 + m_2 v'_2 & \text{Conservation de la quantité de mouvement} \\ m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 &= m_1 v'^2_1 + m_2 v'^2_2 & \text{Conservation de l'énergie cinétique} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m_1(v_1 - v'_1) &= m_2(v'_2 - v_2) \\ m_1(v_1^2 - v'^2_1) &= m_2(v'^2_2 - v_2^2) \end{cases}$$

$$v_1 + v'_1 = v_2 + v'_2 \implies \begin{cases} v'_2 &= v_1 + v'_1 - v_2 \\ v'_1 &= v_2 + v'_2 - v_1 \end{cases}$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v_1 + m_2 v'_1 - m_2 v_2$$

$$m_1 v_1 - m_2 v_1 + 2m_2 v_2 = m_1 v'_1 + m_2 v'_1$$

$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1 + \frac{2m_2}{(m_1 + m_2)} v_2$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_2 + m_1 v'_2 - m_1 v_1 + m_2 v'_2$$

$$2m_1 v_1 + (m_2 - m_1) v_2 = (m_1 + m_2) v'_2$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_1 + \frac{(m_2 - m_1)}{(m_1 + m_2)} v_2$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_1 - \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_2$$

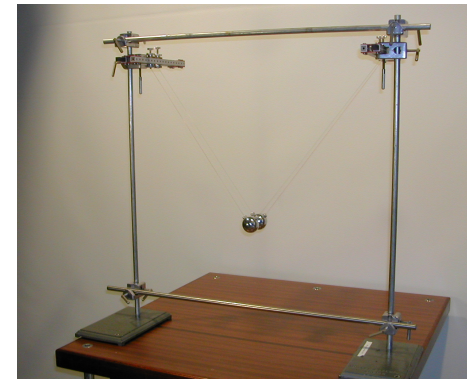
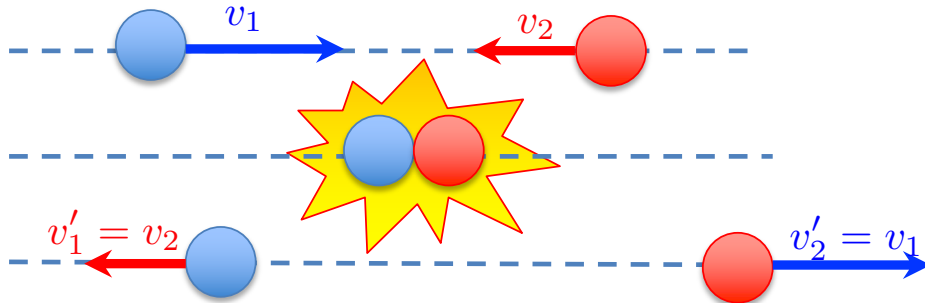
$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1 + \frac{2m_2}{(m_1 + m_2)} v_2$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_1 - \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_2$$

■  $m_1 = m_2$

Il vient :  $v'_1 = v_2$        $v'_2 = v_1$

Les points matériels ont échangé leurs quantités de mouvement.

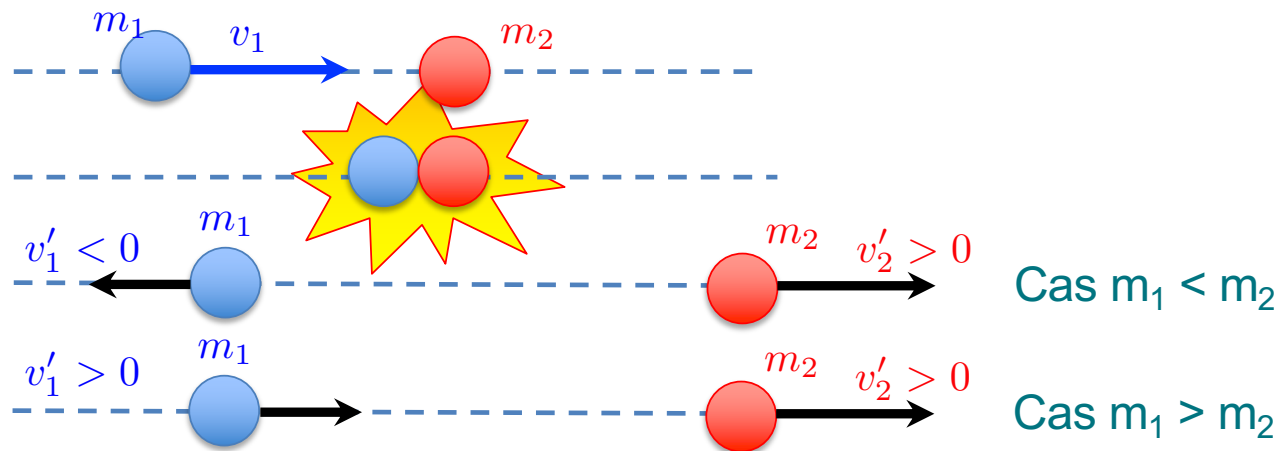


$$v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1 + \frac{2m_2}{(m_1 + m_2)} v_2$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_1 - \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_2$$

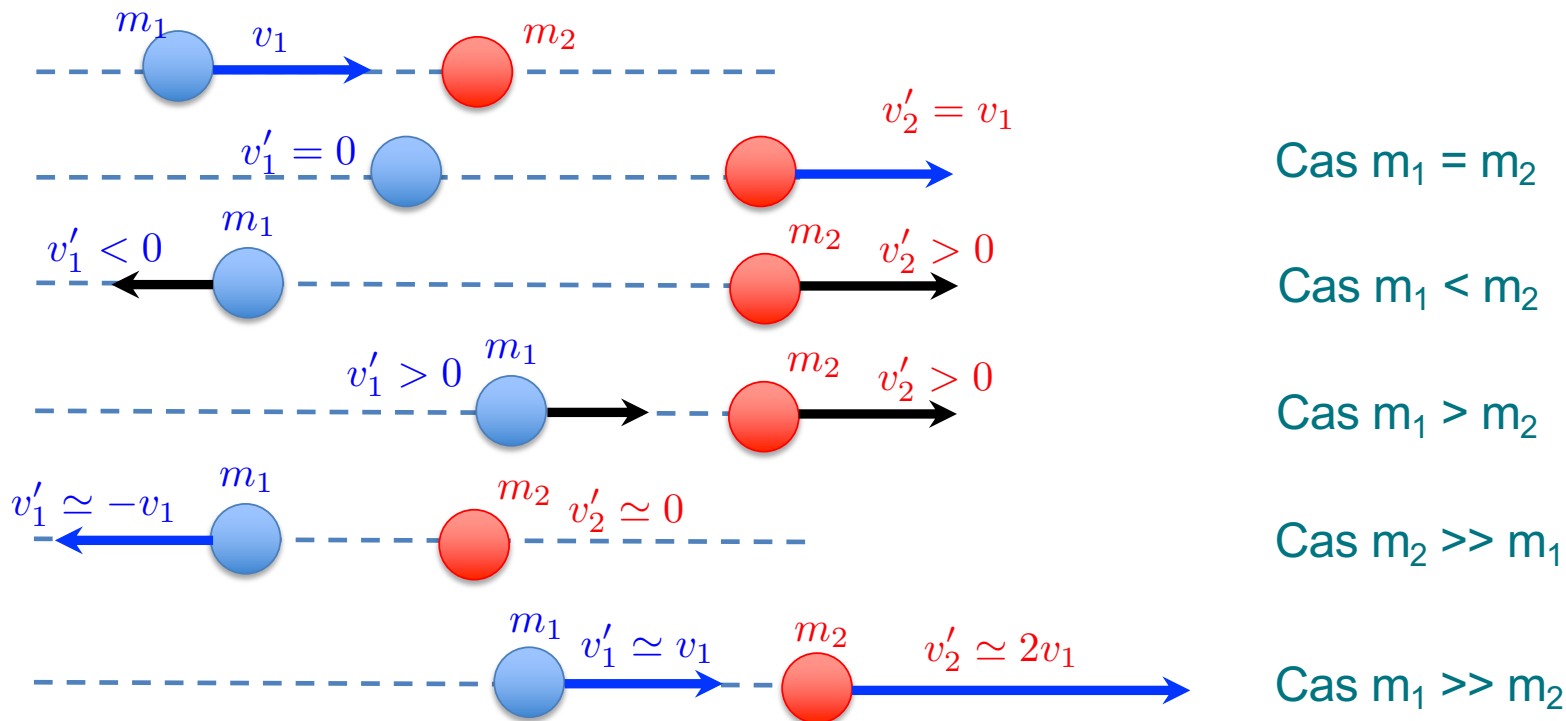
■  $v_2 = 0$    $v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1$        $v'_2 = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_1$

Le signe de  $v'_1$  dépend des masses  $m_1$  et  $m_2$   
 $v'_2$  est toujours positif et peut être plus grand que  $v'_1$

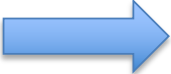


■  $v_2 = 0 \quad \longrightarrow \quad v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} v_1 \quad v'_2 = \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} v_1$

Le signe de  $v'_1$  dépend des masses  $m_1$  et  $m_2$   
 $v'_2$  est toujours positif et peut être plus grand que  $v_1$



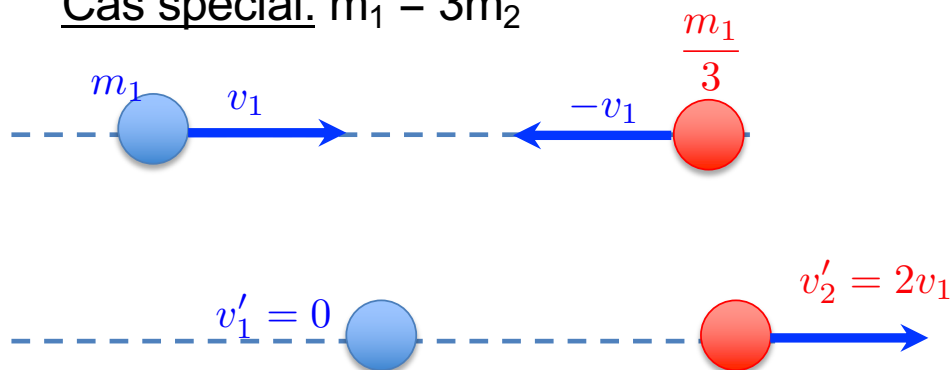


■  $v_2 = -v_1$  

$$v'_1 = v_1 \left( \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} - \frac{2m_2}{(m_1 + m_2)} \right) = \frac{m_1 - 3m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

$$v'_2 = v_1 \left( \frac{2m_1}{(m_1 + m_2)} + \frac{(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} \right) = \frac{3m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1$$

Cas spécial:  $m_1 = 3m_2$



**La première balle s'arrête, la seconde est réfléchie avec le double de sa vitesse initiale**

Cas similaire 4 balles: Seismic accelerator



**Si les masses des balles sont bien choisies, la balle rouge rebondit avec 4 fois sa vitesse initiale**

**Définition:** Coefficient de restitution.

Rapport entre les vitesses relatives après et avant le choc

$$e = \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2}$$

$$v_1 - v_2 = \frac{d}{dt} (x_1(t) - x_2(t))$$

Vitesse avec laquelle les 2 objets s'approchent l'un de l'autre avant la collision.  
Vitesse d'approche

$$v'_2 - v'_1 = \frac{d}{dt} (x'_2(t) - x'_1(t))$$

Vitesse avec laquelle les 2 objets s'éloignent l'un de l'autre après la collision.  
Vitesse d'éloignement

Propriétés:

$$e < 1$$

Collision inélastique avec perte d'énergie cinétique

$$e = 1$$

Collision élastique

$$e > 1$$

Collision inélastique avec gain d'énergie cinétique

Démonstration que  $e < 1$  pour une collision inélastique avec perte d'énergie cinétique

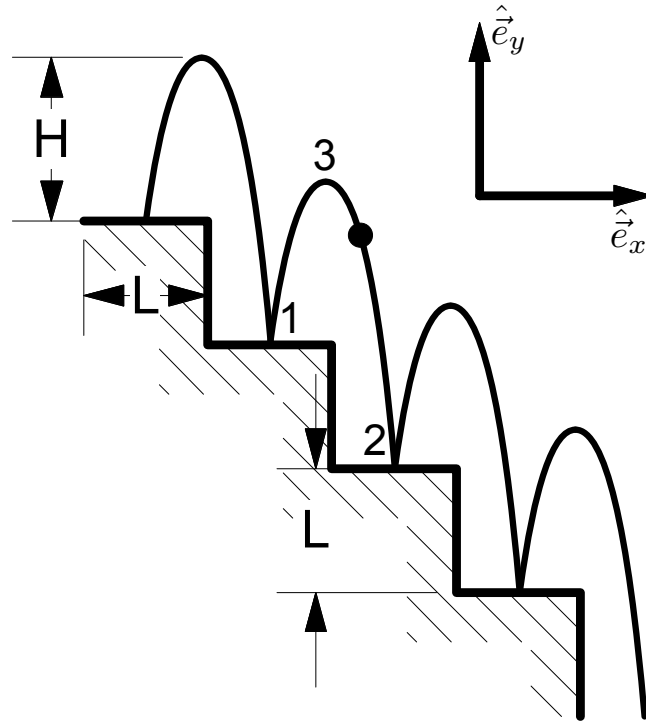
$$\begin{cases} m_1 v'_1 + m_2 v'_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2 & \text{Conservation de la quantité de mouvement} \\ m_1 v'^2_1 + m_2 v'^2_2 < m_1 v^2_1 + m_2 v^2_2 & \text{Cas de la perte d'énergie cinétique} \end{cases}$$

On réarrange

$$\begin{cases} m_2(v'_2 - v_2) = m_1(v_1 - v'_1) \\ m_2(v'^2_2 - v^2_2) < m_1(v^2_1 - v'^2_1) \end{cases}$$

On divise la seconde equation par la première

$$v'_2 + v_2 < v_1 + v'_1 \quad \longrightarrow \quad v'_2 - v'_1 < v_1 - v_2 \quad \longrightarrow \quad \frac{v'_2 - v'_1}{v_1 - v_2} < 1$$



$$v_2 = v'_2 = 0$$

$$|v'_1| < |v_1|$$

$$e < 1$$